

☒ 已思考（用时 5 秒） >

记忆多项式是Volterra级数在数字预失真（DPD）中最经典的一种简化形式。Volterra级数虽然能精确描述功率放大器的非线性和记忆效应，但其系数数量随非线性和记忆深度呈指数级爆炸——完整的三阶Volterra可能需上百个系数，硬件无法实现。

记忆多项式只保留了关键的“对角项”，将Volterra级数简化为：

$$y(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^M h_{k,m} \cdot x(n-m) \cdot |x(n-m)|^{k-1}$$

其中 $x(n)$ 为输入， $y(n)$ 为输出， K 是非线性阶数， M 是记忆深度。相比完整Volterra，它移除了不同延迟时刻输入之间的交叉乘积项（如 $x(n) \cdot |x(n-1)|^2$ ），系数数量从 $O(K^M)$ 降到 $O(K \cdot M)$ ，大幅简化了参数辨识和工程实现。

虽然简化后对强记忆效应（如宽带信号、长时延）的建模精度略有下降，但硬件复杂度低、收敛稳定，已成为商用DPD系统的主流模型，适用于基站、手机功放等场景。针对更高精度需求，还有广义记忆多项式（GMP，保留部分交叉项）等扩展形式。需要我进一步介绍GMP与记忆多项式的具体区别吗？

参数k和m的含义

☒ 已思考（用时 2 秒） >

在记忆多项式的公式中：

$$y(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^M h_{k,m} \cdot x(n-m) \cdot |x(n-m)|^{k-1}$$

- **参数 k** ：表示非线性阶数，从 1 到 K 。
它控制多项式展开的非线性程度：
 - $k = 1$ 对应线性项（ $|x|^0$ 为常数），
 - $k = 3$ 对应三阶非线性（ $|x|^2$ 项），
 - 奇次阶（ $k = 3, 5, 7$ ）通常覆盖功放的主要非线性失真。
每增加一阶，模型就能描述更高阶的谐波或互调失真。

- 参数 m ：表示记忆深度延迟，从 0 到 M 。

它体现功放当前输出对过去输入信号的依赖程度：

- $m = 0$ 表示无记忆（当前输入直接映射），
- $m = 1$ 表示一个采样周期前的输入信号，依此类推。

记忆深度 M 越大，能建模的电热或电致记忆效应（如自热、偏置网络延时）就越长。

直观理解：

每个 m 相当于对不同延迟时刻的输入信号独立施加一个非线性的多项式函数，再由系数 $h_{k,m}$ 加权求和。因此 k 决定“如何弯曲”信号幅度， m 决定“看多远的过去”。

如果 $K=3$, $M=5$, 该多项式展开后是什么样的

☒ 已思考 (用时 15 秒) >

当 $K = 3$, $M = 5$ 时，记忆多项式展开为：

$$y(n) = h_{1,0} x(n) + h_{1,1} x(n-1) + h_{1,2} x(n-2) + h_{1,3} x(n-3) + h_{1,4} x(n-4) + h_{1,5} x(n-5) + h_{2,0} x(n) |x(n)| + h_{2,1} x(n-1) |x(n-1)| + h_{2,2} x(n-2) |x(n-2)| + h_{2,3} x(n-3) |x(n-3)| + h_{2,4} x(n-4) |x(n-4)| + h_{2,5} x(n-5) |x(n-5)| + h_{3,0} x(n) |x(n)|^2 + h_{3,1} x(n-1) |x(n-1)|^2 + h_{3,2} x(n-2) |x(n-2)|^2 + h_{3,3} x(n-3) |x(n-3)|^2 + h_{3,4} x(n-4) |x(n-4)|^2 + h_{3,5} x(n-5) |x(n-5)|^2$$

总项数： $(K) \times (M + 1) = 3 \times 6 = 18$ 项。

结构说明：

- $k = 1$ (线性项)：6 个系数，对应不同延迟的原始信号 $x(n - m)$ 。
- $k = 2$ (偶次非线性)：6 个系数，对应幅度加权项 $x(n - m) |x(n - m)|$ 。
- $k = 3$ (奇次非线性)：6 个系数，对应 $x(n - m) |x(n - m)|^2$ 。

实际 DPD 中常用仅奇次阶 ($k = 1, 3, 5, \dots$) 以简化模型并避免偶次谐波干扰，但此处按你的设定完整展开了 $k = 2$ 项。

$K=5$, $M=10$ 的展开式，且 k 取奇数次

☒ 已思考 (用时 5 秒) >

当 $K = 5$ (仅奇次阶 $k = 1, 3, 5$) , $M = 10$ 时，记忆多项式展开为：

$$\begin{aligned}
y(n) = & \sum_{m=0}^{10} h_{1,m} \cdot x(n-m) \\
& + \sum_{m=0}^{10} h_{3,m} \cdot x(n-m) \cdot |x(n-m)|^2 \\
& + \sum_{m=0}^{10} h_{5,m} \cdot x(n-m) \cdot |x(n-m)|^4
\end{aligned}$$

详细展开（线性项 k=1）：

$$h_{1,0}x(n) + h_{1,1}x(n-1) + h_{1,2}x(n-2) + \cdots + h_{1,10}x(n-10)$$

三次项 k=3：

$$h_{3,0}x(n)|x(n)|^2 + h_{3,1}x(n-1)|x(n-1)|^2 + \cdots + h_{3,10}x(n-10)|x(n-10)|^2$$

五次项 k=5：

$$h_{5,0}x(n)|x(n)|^4 + h_{5,1}x(n-1)|x(n-1)|^4 + \cdots + h_{5,10}x(n-10)|x(n-10)|^4$$

总系数个数：3 × (10 + 1) = 33。

实际实现中，由于奇次阶非线性是功放的主要特征，该模型在保证精度的同时比完整奇偶混合模型更高效。